Live-Meeting zu Auftriebskraft und schwimmender Körper am 03.11.2020

Thema: Auftriebskraft und schwimmender Körper

Kurs: Ph5 – Hydrostatik

Aufgabe 1) Volumen, Auftriebskraft

Ein Marmorquader mit den Katenlängen a = 50cm, b = 25 cm und c = 12cm wird vollständig unter Wasser getaucht. Die Dichte von Wasser beträgt 1.000 kg/m³. Die Dichte von Marmor beträgt 2.700 kg/m³.

a) Berechne das Volumen des Marmorquaders!
b) Wie groß ist das verdrängte Wasservolumen?
c) Berechne die Gewichtskraft des Marmorquaders!
d) Berechne die Auftriebskraft, die auf den Marmorquader wirkt!
e) Sinkt, schwebt oder steigt der Marmorquader im Wasser?

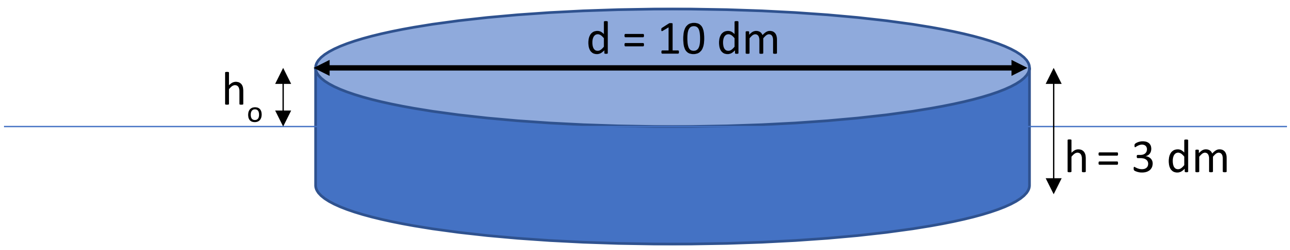
Aufgabe 2) Floß schwimmt

Ein Floß schwimmt auf dem Wasser. Das Floß ist 3m breit, 5m lang und 1,5 m hoch. Es hat ein Gewicht von 2.800 kg. Die Dichte von Wasser beträgt 1.000 kg/m³.

a) Wie tief sinkt das Floß durch das Eigengewicht in das Wasser ein?
b) Mit welchem zusätzlichen Gewicht darf das Floß belastet werden, damit 0,2m des Floßes über Wasser sind?

Aufgabe 3) Holzstück schwimmt

Ein zylinderförmiges Holzstück ($\rho_{\text{Holz}} = 0{,}6\ \text{kg/dm}^3$) schwimmt auf Salzwasser ($\rho_{\text{Salzwasser}} = 1{,}025\ \text{kg/dm}^3$).



Wie weit schaut das Holzstück aus dem Wasser heraus?

Aufgabe 4) Tauchgewichtskraft

Ein Steinblock mit den Maßen 0,75m x 0,3 m x 0,4 m (LxBxH) liegt auf dem Grund eines Gewässers. Die Dichte des Steinblocks betrage $\rho_{\text{Steinblock}} = 2.500\ \text{kg/m}^3$. Die Dichte von Wasser $\rho_{\text{Wasser}} = 1.000\ \text{kg/m}^3$.

a) Berechne die Tauchgewichtskraft des Steinblocks.
b) Berechne das Volumen eines Körpers, der vollständig unter Wasser getaucht, die gleiche Auftriebskraft hat, wie die Tauchgewichtskraft des Steinblocks.

Formeln: Auftriebskraft / Schwimmender Körper

<u>**1 Möglichkeit: Körper ist komplett in der Flüssigkeit**</u>

Auftriebskraft:

$\mathbf{F_A = \rho_{Flüssgkeit} \cdot g \cdot A \cdot h}$

mit

ρ = Dichte der Flüssigkeit

A = Fläche des Körpers, die auf dem Wasser aufliegt

h = Eingetauchter Körper: Höhe des gesamten Körpers (beim Schwimmen nur der Teil, der eingetaucht ist).

Gewicht des eingetauchten Körpers:

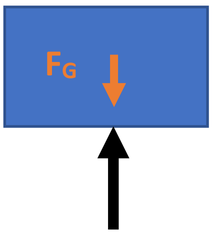
$\mathbf{F_G = m \cdot g}$

$\mathbf{F_G = \rho_{Körper} \cdot g \cdot V_{Körper}}$

Je nachdem welche Werte gegeben sind.

Drei Fälle für vollständig eingetauchter Körper:

$F_A > F_G$	Körper steigt auf
$F_A < F_G$	Körper sinkt
$F_A = F_G$	Körper schwebt



Tauchgewichtskraft:

$T_G = F_G - F_A$

2. Möglichkeit: Schwimmen (Körper nicht komplett eingetaucht)

Ein Teil des Körpers befindet sich in der Flüssigkeit, der andere Teil an der Oberfläche.

Dies geschieht, wenn ein vollständig eingetauchter Körper nach oben aufsteigt, solange bis die Auftriebskraft und die Gewichtskraft des Körpers gleich sind: $F_A = F_G$.

Ist die **Masse** des Körpers gegeben, dann:

$$\rho_{Flüssgkeit} \cdot g \cdot A \cdot h_u = m \cdot g$$

Ist die **Dichte** des Körpers gegeben dann:

$$\rho_{Flüssgkeit} \cdot g \cdot A \cdot h_u = \rho_{Körper} \cdot g \cdot V_{Körper}$$

WICHTIG: Beim Schwimmen ist die **Höhe h_u** die Höhe des Körpers, die sich in der Flüssigkeit befindet!

Lösung der Aufgaben zum Live-Meeting am 03.11.2020

Lösung Aufgabe 1)

Ein Marmorquader mit den Katenlängen a = 50cm, b = 25 cm und c = 12cm wird vollständig unter Wasser getaucht. Die Dichte von Wasser beträgt 1.000 kg/m³. Die Dichte von Marmor beträgt 2.700 kg/m³.

a) Berechne das Volumen des Marmorquaders!

Wir wollen zunächst das Volumen berechnen. Die Berechnung des Volumens eines Quaders erfolgt durch:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Einsetzen in die obige Formel:

$$V = a \cdot b \cdot c = 50cm \cdot 25cm \cdot 12cm = 15.000\ cm^3$$

Das Volumen des Marmorquaders beträgt 15.000 cm³.

b) Wie groß ist das verdrängte Wasservolumen?

Der eingetauchte Körper verdrängt mit seinem Volumen ein genauso großes Volumen an Flüssigkeit.

Das bedeutet also, dass das verdrängte Wasservolumen dem Volumen des Marmorquaders entspricht und damit 15.000 cm³ beträgt.

Wollen wir das verdrängte Wasservolumen in Liter angeben, so müssen wir einfach in dm³ umrechnen:

$V = 15\ Liter$ [Umrechnungsfaktor: 0,1x0,1x0,1 = 0,001]

c) Berechne die Gewichtskraft des Marmorquaders!

Die Gewichtskraft eines Körpers wird wie folgt berechnet:

$F_G = m \cdot g$ **Gewichtskraft**

Da die Masse nicht gegeben ist, können wir diese über die Dichte berechnen:

$m = V \cdot \rho$

Um für die Masse auch die Einheit kg zu erhalten, müssen wir natürlich die Einheiten so in die Gleichung einsetzen, dass diese zusammenpassen. Wir haben die Dichte in kg/m³ gegeben und müssen demnach das Volumen in kg einsetzen:

$V = 0{,}015\ m^3$ [Umrechnungsfaktor: 0,01x0,01x0,01 =0,000001]

Einsetzen in die obige Gleichung:

$$m = 0{,}015\ m^3 \cdot 2.700\,\frac{kg}{m^3} = 40{,}5\ kg$$

Der Marmorquader wiegt **40,5 kg**.

Die **Gewichtskraft des Marmorquaders** beträgt demnach:

$$F_G = m \cdot g = 40{,}5\ kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} = 397{,}31\ N$$

d) Berechne die Auftriebskraft, die auf den Marmorquader wirkt!

Die Auftriebskraft ist nichts anderes als die Gewichtskraft des verdrängten Wasservolumens. Wir können also die Gewichtskraft wieder über die obige Formel bestimmen:

$F_A = m_{Wasser} \cdot g$ **Auftriebskraft**

Wir können die Masse über die Dichte von Wasser und dem Volumen des Körpers bestimmen, da Volumen des Körpers und Volumen der verdrängten Wassermenge gleich sind:

$F_A = V_{Körper} \cdot \rho_{wasser} \cdot g$ **Auftriebskaft**

$$F_A = V_{Körper} \cdot \rho_{wasser} \cdot g = 0{,}015m^3 \cdot 1.000\frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} = 147{,}15\ N$$

Die Auftriebskraft beträgt 147,15N. Sie ist der Gewichtskraft des Körpers entgegengesetzt, sie zeigt damit vertikal nach oben.

e) Sinkt, schwebt oder steigt der Marmorquader im Wasser?

Wenn du entscheiden willst, ob ein Körper sinkt, schwebt oder steigt, dann musst du die Auftriebskraft und die Gewichtskraft des Körpers miteinander vergleichen.

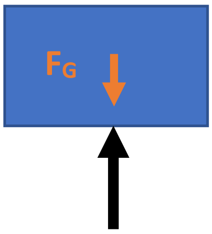
Es gilt:

Drei Fälle für vollständig eingetauchte Körper:

$F_A > F_G$ Körper steigt auf

$F_A < F_G$ Körper sinkt

$F_A = F_G$ Körper schwebt



In dieser Aufgabe ist die Auftriebskraft 147,15 N groß, die Gewichtskraft des Marmorquaders beträgt 397,31 N. Die Gewichtskraft ist größer als der Marmorquader. Demnach **sinkt** dieser nach unten.

Du kannst auch ganz einfach vergleichen, ob ein Körper steigt, sinkt oder schwebt, indem du dir die Dichte des Körpers anschaust und diese mit der Dichte der Flüssigkeit vergleichst. Die Dichte von Wasser ist in diesem Fall kleiner als die Dichte von Marmor. Demnach sinkt der Körper nach unten.

Lösung Aufgabe 2) Floß schwimmt

Ein Floß schwimmt auf dem Wasser. Das Floß ist 3m breit, 5m lang und 1,5 m hoch. Es hat ein Gewicht von 2.800 kg. Die Dichte von Wasser beträgt 1.000 kg/m³.

Wir wollen uns in diesem Beispiel mit einem **schwimmenden Körper** befassen. Schwimmt ein Körper bzw. schwebt ein Körper, so sind Gewichtskraft des Körpers und Auftriebskraft gleich groß, da der Körper weder sinkt noch steigt. Es gilt also:

$$F_A = F_{G,Körper}$$

a) Wie tief sinkt das Floß durch das Eigengewicht in das Wasser ein?

Wir wissen, dass für den Fall des Schwimmens Auftriebskraft und Gewichtskraft des Floßes gleich groß sind.

Wir setzen diese also gleich. Es gilt:

$F_A = V_{körper} \cdot \rho_{wasser} \cdot g$ Auftriebskraft

$F_G = m_{körper} \cdot g$ Gewichtskraft des Floßes

Wir setzen nun die beiden Formeln gleich:

$$V_{körper} \cdot \rho_{wasser} \cdot g = m_{körper} \cdot g$$

Wir sehen hier noch keine Höhe h gegeben. Das Volumen des Körpers setzt sich aber zusammen aus der Länge, Breite und Höhe:

$$V = L \cdot B \cdot h = A \cdot h$$

Einsetzen in die obige Gleichung:

$A_{körper} \cdot h_{eingetaucht} \cdot \rho_{wasser} \cdot g = m_{körper} \cdot g$ **Schwimmender Körper**

Die linke Seite zeigt die Auftriebskraft an. Für die Auftriebskraft wird nur der Teil des Körpers betrachtet, der unter Wasser liegt. Demnach wird auch hier nur die Höhe des Körpers betrachtet, die eingetaucht ist. Diese Höhe wollen wir nun berechnen. Das machen wir, indem wir die obige Gleichung nach dieser Höhe auflösen:

$$h_{eingetaucht} = \frac{m_{körper} \cdot g}{A_{körper} \cdot \rho_{wasser} \cdot g} = \frac{m_{körper}}{A_{körper} \cdot \rho_{wasser}}$$

Wir können nun die Höhe berechnen, die eingetaucht ist:

$$h_{eingetaucht} = \frac{m_{körper}}{A_{körper} \cdot \rho_{wasser}} = \frac{2.800\ kg}{(3m \cdot 5m) \cdot 1.000 \frac{kg}{m^3}} = 0{,}187\ m$$

Die Eintauchtiefe des Körpers beträgt 0,187 m. Er ragt also noch 1,313 Meter aus dem Wasser heraus.

b) Mit welchem zusätzlichen Gewicht darf das Floß belastet werden, damit 0,2m des Floßes über Wasser sind?

Wir wollen nun herausfinden, mit welchem Gewicht (also mit welcher Masse) das Floß belastet werden darf, damit dieses noch 0,2m über Wasser ragt.

Zunächst berechnen wir die dann gegebene Eintauchtiefe:

$$h_{eingetaucht} = 1{,}5\ m - 0{,}2m = 1{,}3\ m$$

Danach wenden wir wieder die obige Formel an, indem wir Auftriebskraft und Gewichtskraft des Floßes gleichsetzen:

$A_{körper} \cdot h_{eingetaucht} \cdot \rho_{wasser} \cdot g = m_{körper} \cdot g$ **Schwimmender Körper**

Wir suchen in diesem Fall die **Masse m**. Wir berechnen damit die Gesamtmasse, die sich dann zusammensetzt aus der Masse des Floßes und der Masse des zusätzlichen Gewichts auf dem Floß. Am Ende müssen wir dann die Masse des Floßes abziehen, um die Masse des zusätzlichen Gewichts berechnen zu können:

$$m_{körper} = \frac{A_{körper} \cdot h_{eingetaucht} \cdot \rho_{wasser} \cdot g}{g} = A_{körper} \cdot h_{eingetaucht} \cdot \rho_{wasser}$$

Wir setzen alle gegebenen Werte ein und erhalten:

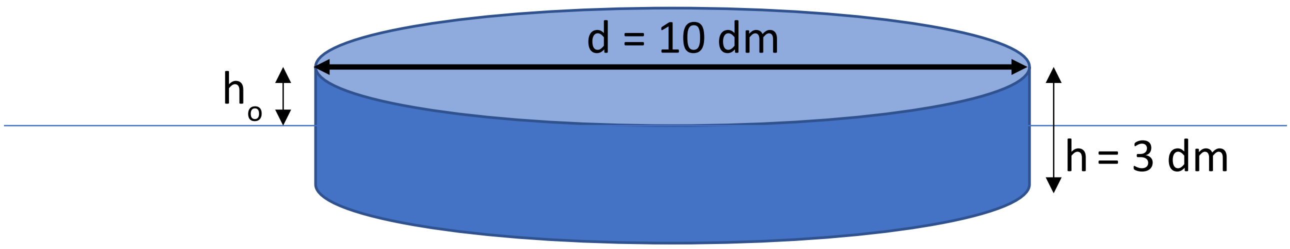
$$m_{körper} = A_{körper} \cdot h_{eingetaucht} \cdot \rho_{wasser} = 3m \cdot 5m \cdot 1{,}3m \cdot 1.000 \frac{kg}{m^3} = 19.500\ kg$$

Floß plus zusätzliches Gewicht dürfen zusammen 19.500 kg betragen, dann ragt das Floß 0,2 m aus dem Wasser heraus. Das Gewicht des Floßes beträgt 2.800 kg, damit darf das zusätzliche Gewicht eine Masse aufweisen von:

$$m_{zusätzlich} = m_{gesamt} - m_{floß} = 19.500\ kg - 2.800\ kg = 16.700\ kg$$

Lösung Aufgabe 3) Holzstück schwimmt

Ein zylinderförmiges Holzstück ($\rho_{\text{Holz}} = 0{,}6\ \text{kg/dm}^3$) schwimmt auf Salzwasser ($\rho_{\text{Salzwasser}} = 1{,}025\ \text{kg/dm}^3$).



Wie weit schaut das Holzstück aus dem Wasser heraus?

Wir wollen hier nun wissen, wie weit das Holzstück aus dem Wasser herausragt. Wir gehen wieder von einem schwimmenden Körper aus, demnach sind Auftriebskraft und Gewichtskraft des Körpers gleich groß.

Da wir nun nicht die Masse des Körpers, sondern die Dichte des Körpers gegeben haben, können wir die Gewichtskraft des Körpers über die folgende Formel bestimmen:

$$F_G = V_{Körper} \cdot \rho_{körper} \cdot g$$

Wir setzen Auftriebskraft und Gewichtskraft gleich und erhalten:

$$A_{körper} \cdot h_{eingetaucht} \cdot \rho_{wasser} \cdot g = V_{Körper} \cdot \rho_{körper} \cdot g$$ **Schwimmender Körper**

Wir berechnen nun zunächst die eingetauchte Höhe und können diese dann von der Gesamthöhe des Körpers abziehen, um die Höhe zu berechnen, die aus dem Wasser herausragt:

$$h_{eingetaucht} = \frac{V_{Körper} \cdot \rho_{körper}}{A_{körper} \cdot \rho_{wasser}}$$

Bevor wir alle gegebenen Werte einsetzen berechnen wir zunächst Volumen und Fläche des gegebenen Körpers. Wir haben es hier mit einem zylinderförmigen Körper zu tun. Hierfür gilt:

$A = \pi \cdot r^2$ Fläche

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ Volumen

Einsetzen der gegebenen Werte in **SI-Einheiten** (m):

$A = \pi \cdot (0{,}5m)^2 = 0{,}785m^2$

$V = \pi \cdot (0{,}5m^2) \cdot 0{,}3m = 0{,}236m^3$

Als nächstes rechnen wir noch die Einheiten der Dichte um:

$$\rho_{körper} = 0{,}6\frac{kg}{dm^3} = 0{,}6\ \frac{kg}{0{,}001m^3} = 600\frac{kg}{m^3}$$

$$\rho_{salzwasser} = 1{,}025\frac{kg}{dm^3} = 1{,}025\ \frac{kg}{0{,}001m^3} = 1025\frac{kg}{m^3}$$

Wir können die Werte nun in die obige Gleichung einsetzen:

$$h_{eingetaucht} = \frac{0{,}236m^3 \cdot 600\ kg/m^3}{0{,}785\ m^2 \cdot 1.025\frac{kg}{m^3}} = 0{,}176m$$

Der Körper ist 0,176 m unter Wasser. Wir wollen nun herausfinden, wie weit der Körper aus dem Wasser herausragt, dazu müssen wir nun einfach die ermittelte Höhe von der Gesamthöhe des Körpers abziehen:

$h_{ober} = h_{ges} - h_{unter} = 0{,}3\ m - 0{,}176m = 0{,}124m$

Der Körper ragt **0,124m** aus dem Wasser heraus.

Lösung Aufgabe 4) Tauchgewichtskraft

Ein Steinblock mit den Maßen 0,75m x 0,3 m x 0,4 m (LxBxH) liegt auf dem Grund eines Gewässers. Die Dichte des Steinblocks betrage $\rho_{\text{Steinblock}} = 2.500\ \text{kg/m}^3$. Die Dichte von Wasser $\rho_{\text{Wasser}} = 1.000\ \text{kg/m}^3$.

a) Berechne die Tauchgewichtskraft des Steinblocks.

Die Tauchgewichtskraft ist nichts anderes als die Gewichtskraft des Körpers abzüglich der Auftriebskraft:

$$T_G = F_G - F_A$$

Wir berechnen zunächst die Gewichtskraft des Körpers aus der gegebenen Dichte und dem Volumen:

$$F_G = V_{körper} \cdot \rho_{körper} \cdot g$$

Einsetzen der gegebenen Werte:

$$F_G = 0{,}75m \cdot 0{,}3m \cdot 0{,}4m \cdot 2.500 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} = 2.207{,}25\ N$$

Danach können wir die Auftriebskraft berechnen:

$$F_A = V_{körper} \cdot \rho_{Wasser} \cdot g$$

Einsetzen der gegebenen Werte:

$$F_A = 0{,}75m \cdot 0{,}3m \cdot 0{,}4m \cdot 1.000 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} = 882{,}9\ N$$

Die Tauchgewichtskraft beträgt:

$$T_G = 2.207{,}25N - 882{,}9\ N = 1.324{,}35\ N$$

b) Berechne das Volumen eines Körpers, der vollständig unter Wasser getaucht, die gleiche Auftriebskraft hat, wie die Tauchgewichtskraft des Steinblocks.

Wir setzen dazu einfach die Gleichung der Auftriebskraft gleich der Tauchgewichtskraft:

$$F_A = V_{körper} \cdot \rho_{Wasser} \cdot g = 1.324{,}35\ N$$

Wir suchen das Volumen:

$$V_{körper} = \frac{1.324{,}35\ N}{\rho_{wasser} \cdot g} = \frac{1.324{,}35\ N}{1.000\,\frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}} = 0{,}135\ m^3$$

Das Volumen eines Körpers, dessen Auftriebskraft 1.324,35 N beträgt, ist 0,135m³ groß.